



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
LICENCIATURA EN CIENCIA FORENSE
FACULTAD DE MEDICINA



Denominación de la Asignatura: Matemática en Ciencia Forense

Clave:	Año: Primero	Semestre: Primero	Eje: Metodológico	No. de Créditos: 04	
Carácter: Obligatoria			Horas	Horas por semana:	Horas por semestre:
Tipo: Práctica			04 Prácticas	04	68
Modalidad: Taller			Duración del programa: 17 semanas		
Seriación: No está seriada					
DISEÑO:		Ángel Homero Flores Samaniego			
CORREO ELECTRÓNICO:		ahfs@unam.mx			

PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

La matemática es una ciencia que sirve como apoyo para entender y explicar fenómenos que ocurren tanto en la naturaleza como en el ámbito humano, este apoyo se da, principalmente, a través de la modelación matemática; pero también sirve como un detonador del pensamiento reflexivo y del razonamiento lógico-inductivo-deductivo.

La modelación matemática y el razonamiento lógico-inductivo-deductivo están en la base de toda ciencia y es la columna vertebral de la investigación científica: la Ciencia Forense no es la excepción.

El propósito de la presente asignatura es hacer una reflexión sobre la importancia de la matemática como apoyo en la investigación forense y dotar al estudiante de la capacidad de hacer modelación matemática en el campo de la Ciencia Forense al tiempo que desarrolla un pensamiento matemático.

Se pretende que el programa sea flexible y se pueda ir adaptando a las particularidades y el contexto de cada grupo. Lo anterior significa que, sin abandonar los objetivos del programa ni los temas a tratar, el instructor puede replantear sus actividades de aprendizaje dependiendo de los intereses de los estudiantes y en función de lo que se esté abordando en otras materias. De hecho, la tercera unidad está diseñada para el estudio de casos y la revisión de artículos académicos que podrán ser propuestos por los instructores del taller, los propios estudiantes y por instructores y catedráticos de otras asignaturas. Así mismo, la **evaluación servirá, además de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y obtener la información pertinente para la acreditación, para documentar cambios eventuales en el programa.**

FUNDAMENTACIÓN

Se partió de una definición de matemática tomada del texto, *Consideraciones para la mejora de la educación matemática*, publicado en 2014 por el SUMEM (Seminario Universitario para la Mejora de la Educación Matemática):

La **matemática** es un cuerpo de conocimiento sobre entes abstractos como números, figuras geométricas y símbolos; puede fungir como

- ❖ Ciencia que busca explicar la realidad a través de la abstracción de los fenómenos bajo estudio.
- ❖ Herramienta que sirve para plantear y resolver problemas de la matemática misma y de otros ámbitos de conocimiento.
- ❖ Disciplina que estudia los entes abstractos por sí mismos sin buscar

conexiones con la realidad.

- ❖ Lenguaje que sirve para expresar y comunicar ideas sobre entes abstractos y las relaciones entre ellos.

La matemática está comprendida por dos aspectos igualmente importantes: *pensamiento matemático y resolución de problemas*. Esto se puede resumir de la siguiente manera:

La matemática implica resolver problemas de manera eficiente y argumentar de manera lógica y organizada la justificación de sus decisiones en circunstancias determinadas, ya sea dentro o fuera del ámbito escolar.

Así pues, y consecuentes con el planteamiento de la enseñanza por competencias, la propuesta está basada en el fomento y el desarrollo de dos competencias matemáticas: La *resolución de problemas*, principalmente a través de la modelación matemática; y el *pensamiento matemático* que incluye el razonamiento lógico-inductivo-deductivo.

Se buscará desarrollo de estas competencias a través de los siguientes objetivos.

OBJETIVOS

Objetivo general:

Al término del semestre el estudiante tendrá las habilidades y el conocimiento relativo al uso de la modelación matemática en investigación forense y habrá desarrollado los elementos básicos del razonamiento lógico-inductivo-deductivo a través de la argumentación en la validación de resultados de la resolución de problemas.

Objetivos específicos

- Usará el pensamiento matemático para argumentar en favor de los resultados obtenidos en un proceso de resolución de problemas.
- Desarrollará la habilidad de utilizar funciones y relaciones como modelos matemáticos para explicar fenómenos, en particular aquellos que se presentan en el contexto de una investigación forense.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

La metodología de enseñanza se basa en el modelo de enseñanza-aprendizaje: Aprender Matemática, Haciendo Matemática, que hace uso de actividades de aprendizaje y de evaluación.

Las actividades de aprendizaje serán una serie de situaciones problemáticas en las que el estudiante debe poner en juego la matemática que conoce (parte práctica) y aprender los términos y los conceptos que le serán útiles para enfrentar los retos de la resolución de problemas (parte teórica).

Las actividades de aprendizaje se dividirán en tres:

- Actividades de exploración, formación de conjeturas y su validación.
- Actividades de modelación matemática.
- Planteamiento y resolución de problemas no rutinarios.

Las actividades de exploración y formación de conjeturas se desarrollarán con temas de geometría euclidiana; mientras que en las actividades de modelación se revisarán algunos temas de álgebra y cálculo. Los problemas no rutinarios pueden requerir prácticamente cualquier tema de matemática del Bachillerato o de los primeros años de una licenciatura. Parte de estas actividades se usarán con fines de evaluación. La única diferencia entre éstas y las de aprendizaje es que en su desarrollo los equipos no cuentan con la ayuda del profesor.

Para el desarrollo de las actividades, principalmente se recomienda el uso de software de Geometría Dinámica (GD) y de Álgebra Computarizada (CAS), por sus siglas en inglés; se recomienda también el uso continuo de tecnología de informática y comunicación (TIC).

Las actividades se dividen en tres **unidades**:

- Unidad 1. Exploración y formación de conjeturas. (4 semanas; 16 horas)
- Unidad 2. Modelación matemática y Ciencia Forense. (6 semanas; 24 horas)
- Unidad 3. La matemática en la Ciencia Forense. (7 semanas; 28 horas)

EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES Y DEL DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTE

En la asignatura de Matemática en Ciencia Forense, la **evaluación** se entiende como una serie de actividades encaminadas a valorar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de mejorarlo mediante intervenciones de retroalimentación.

Este tipo de evaluación (que designaremos como evaluación en el aula) está en la base del aprendizaje por competencias y tiene dos vertientes: una **formativa** que implica aprender de la evaluación; y otra **sumaria**, cuyo fin es determinar si el estudiante acredita el curso o no, asignándole una calificación.

Para realizar la evaluación se recabarán evidencias del desarrollo y del desempeño del estudiante en actividades de evaluación (hojas de trabajo) y en informes reflexivos. Las actividades de evaluación se harán periódicamente (al menos una cada dos semanas) en equipos, los informes reflexivos tendrán la misma periodicidad, pero su elaboración será individual. Los informes reflexivos se centrarán en la respuesta a tres preguntas (bitácora COL): ¿qué fue lo más importante desde la última evaluación?, ¿cómo me sentí? y ¿qué cambiaría para mejorar las sesiones?

Al término de cada unidad temática el estudiante deberá entregar un informe de la misma con una reflexión crítica sobre lo que se vio, qué considera más importante y cómo se sintió con el desarrollo de las actividades y con respecto a su desempeño en el trabajo cooperativo con sus compañeros; deberá incluir una muestra de las actividades, desarrolladas completamente, que considere más importantes y una explicación del por qué son importantes.

Las actividades fuera del aula se referirán exclusivamente a terminar aquellas que no se hayan concluido en clase o a la revisión de algún artículo o lectura. En ambos casos se entregarán los trabajos por escrito.

Para ordenar y sistematizar la información obtenida durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se utilizarán algunos instrumentos de evaluación entre los que tenemos rúbricas, lista de cotejo, matriz de resultados y bitácoras COL, principalmente. Los resultados servirán para replanificar las sesiones subsiguientes y para retroalimentar el aprendizaje de los estudiantes.

Como se mencionó, además de retroalimentar el proceso de enseñanza aprendizaje, la evaluación en el aula servirá para determinar la acreditación del curso-taller por parte del estudiante.

Para la **acreditación** del curso-taller se pedirá como requisito indispensable un mínimo de 85% de asistencia a clase. Esta contabilidad se hará por unidad temática y el estudiante que no cumpla con este requisito no tendrá derecho a una calificación en esa unidad.

Para acreditar el curso-taller es necesario tener acreditadas todas las unidades.

Las actividades tendrán los siguientes porcentajes máximos.

- | | |
|--|-----|
| ➤ Actividades de evaluación periódicas | 30% |
| ➤ Reflexiones Individuales | 10% |
| ➤ Actividades extra aula | 20% |
| ➤ Informe por unidad | 20% |

El 20% restante se otorgará según criterio de los impartidores y éste se basará en su percepción del desempeño del estudiante. De ser el caso, se hará una entrevista al estudiante para aclarar dudas sobre su desempeño académico.

TEMARIO POR UNIDAD

UNIDAD 1 EXPLORACIÓN Y FORMACIÓN DE CONJETURAS

OBJETIVO: EJEMPLIFICAR EL USO DE LA ARGUMENTACIÓN PARA VALIDAR CONJETURAS Y ACERCAR AL ESTUDIANTE A LA DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA.

OBSERVACIONES GENERALES:

Es de suma importancia, en esta unidad, destacar el enfoque axiomático y constructivista de la matemática. Por lo que la secuencia de actividades y problemas de exploración debe hacerse de modo que los resultados de una sirvan para obtener los de la siguiente.

Se recomienda el uso de un software de GD. Se debe poner énfasis en que las reflexiones de la bitácora COL servirán para fines de evaluación, por tanto es esencial que las hagan siendo lo más críticos posible. Al final de la unidad se hará una bitácora COL con respecto a todo lo visto .

Se dejará una semana para la entrega del informe de la unidad.

Temas por semana	Subtemas por sesión	Actividades de aprendizaje	Observaciones
Semana 1 Exploración y formación de conjeturas	Sesión 1 Introducción al taller Formación de conjeturas y su validación	Encuadre del taller. Introducción del profesor acerca de la validación de conjeturas en matemática Primeros ejemplos.	En el encuadre del curso debe quedar claro que el trabajo cooperativo es importante para el buen desarrollo de las actividades.
	Sesión 2 Construcciones básicas en geometría euclidiana.	Resolución de problemas de exploración en geometría que culminan con la construcción de cuadriláteros.	A partir de la construcción del punto medio de un segmento, se llegará a la construcción de paralelogramos y trapecios.
Semana 2 Exploración y formación de conjeturas	Sesión 3 Geometría del triángulo	Exploración del triángulo y la relación entre sus elementos	Se recomienda centrar las actividades en explorar las rectas y los puntos relevantes de un triángulo: alturas, medianas, meditrices, etcétera. Poniendo el énfasis en la justificación de la concurrencia de elementos.
	Sesión 4 Geometría del triángulo	Exploración del triángulo y la relación entre sus elementos	Se recomienda hacer actividades de semejanza y congruencia de

			triángulos, dejando la segunda hora para el desarrollo de una actividad de evaluación. Con el tiempo suficiente para la redacción de la bitácora COL.
Semana 3 Exploración y formación de conjeturas	Sesión 5 Geometría del círculo	Exploración del círculo y la relación entre sus elementos	En particular se sugiere que se revise la construcción de círculos a partir de tres puntos; la relación entre una tangente y el radio en el punto de tangencia; y la relación de las cuerdas con el centro.
	Sesión 06 Geometría del círculo	Ángulos que se forman en un círculo y su relación con los arcos que forman en su circunferencia.	Se recomienda dejar una de las exploraciones como actividad de evaluación. La bitácora COL se redactaría en la Sesión 8.
Semana 04 Exploración y formación de conjeturas	Sesión 07 Procesos inductivos y su generalización.	Procesos inductivos en geometría euclidiana y su generalización	Se sugiere que se busquen algunos ejemplos en los que el estudiante encuentre regularidades que se puedan generalizar. Como el número de diagonales de un polígono de n lados o la suma de ángulos interiores de un polígono. En sus intervenciones, el profesor debe señalar el papel que juega la inducción en la validación de conjeturas.
	Sesión 08 Los razonamientos	Exposición del profesor sobre la	La exposición del profesor no debe

	inductivo y deductivo en la validación del conocimiento matemático.	naturaleza del conocimiento y su validación en matemática y en otros ámbitos del conocimiento.	rebasar los 40 minutos y debe propiciar la participación de los estudiantes en un debate sobre la temática. La segunda hora se dedicará al desarrollo de una actividad de evaluación en la que se pida la justificación de los resultados.
--	---	--	---

UNIDAD 2:

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y CIENCIA FORENSE

OBJETIVO: EL ESTUDIANTE TENDRÁ UNA MEJOR IDEA DEL USO DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA REPRODUCIR Y EXPLICAR FENÓMENOS QUE SURGEN EN EL ÁMBITO DE LA INVESTIGACIÓN FORENSE.

OBSERVACIONES GENERALES: El énfasis se debe poner en la construcción de los modelos, ya sea mediante la prueba de funciones conocidas, el ajuste de una curva a una serie de datos o mediante la resolución de una ecuación diferencial. Se recomienda el uso de software de Geometría Dinámica y de Álgebra Computarizada. Así mismo, se recomienda pedir a los estudiantes que hagan una breve investigación sobre los temas que se tratarán en la clase siguiente y entreguen un resumen por escrito al inicio de la clase.

Los subtemas tratados en esta unidad se refieren al uso de la modelación en Ciencia Forense y se verán enriquecidos, en algunos casos, por temas similares vistos en otras materias con un enfoque y puntos de vista diferentes.

Al final de la unidad se hará una bitácora COL con respecto a todo lo visto. Se dejará una semana para la entrega del informe de la unidad.

Temas por semana	Subtemas por sesión	Actividades de aprendizaje	Observaciones
Semana 05 Modelación matemática y Ciencia Forense	Sesión 09 Trigonometría y trayectoria de proyectiles	Problemas de ángulo de tiro y distancias.	Se recomienda iniciar la sesión haciendo una pequeña introducción sobre la medición de distancias en una escena de crimen.
	Sesión 10 Trigonometría y trayectoria de proyectiles	Problemas de ángulo de tiro y distancias.	Poner el énfasis en la reconstrucción de hechos a partir de lo encontrado en una escena del crimen. Se recomienda dejar un problema o parte de éste como actividad de evaluación.

			Dar tiempo para redactar la bitácora.
Semana 06 Modelación matemática y Ciencia Forense	Sesión 11 Geometría analítica en Ciencia Forense	Análisis de patrones de manchas de sangre	Se recomienda iniciar con un problema sencillo sobre medición de manchas de sangre. Según criterio del profesor, se puede hacer un repaso de cónicas y, posteriormente, pasar al análisis de manchas en términos de su forma.
	Sesión 12 Geometría analítica en Ciencia Forense	Análisis de patrones de manchas de sangre	
Semana 07 Modelación matemática y Ciencia Forense	Sesión 13 Funciones como modelos matemáticos	Estudio de la eliminación de sustancias por el cuerpo humano	En esta primera sesión se recomienda hacer una introducción sobre la importancia de la toxicología en la ciencia forense y hacer un primer acercamiento a la modelación de la eliminación de sustancias tóxicas por el cuerpo humano. Se recomienda que el profesor comunique a los estudiantes el propósito de la siguiente sesión con el objetivo de que vayan preparando la actividad.
	Sesión 14 Funciones como modelos matemáticos	Estudio de la eliminación de sustancias por el cuerpo humano	En esta sesión, se pedirá a los estudiantes que propongan modelos para la eliminación de sustancias y justifiquen sus propuestas.
Semana 08 Modelación matemática y Ciencia Forense	Sesión 15 Funciones como modelos matemáticos	Estudio de las marcas de frenado de un coche	Se recomienda iniciar con una actividad de ajuste no estadístico de curvas. Más adelante el profesor puede hacer

	<p align="center">Sesión 16</p> <p>Funciones como modelos matemáticos</p>	<p>Estudio de las marcas de frenado de un coche</p>	<p>una exposición breve sobre la física implicada en el frenado de coches, para culminar el análisis de un problema en el cual el deslizamiento del coche no sea lineal. Se puede usar esta actividad como evaluación.</p>
<p align="center">Semana 09</p> <p>Modelación matemática y Ciencia Forense</p>	<p align="center">Sesión 17</p> <p>Razón de cambio y modelos funcionales</p>	<p>Estudio de la ley de enfriamiento de Newton</p>	<p>Se recomienda iniciar esta parte con una discusión sobre la ley de enfriamiento de Newton y su aplicabilidad a organismos. A partir de la ecuación diferencial planteada por Newton, pedir a los estudiantes que encuentren la función que da la temperatura de un cuerpo en función de la temperatura.</p>
	<p align="center">Sesión 18</p> <p>Razón de cambio y modelos funcionales</p>	<p>Estudio de la ley de enfriamiento de Newton</p>	
<p align="center">Semana 10</p> <p>Modelación matemática y Ciencia Forense</p>	<p align="center">Sesión 19</p> <p>Razón de cambio y modelos funcionales</p>	<p>Estudio de la dinámica de crecimiento de poblaciones y de organismos</p>	<p>Se iniciaría con una introducción sobre la entomología en Ciencia Forense y la posibilidad de usar el crecimiento de una población de insectos en un cadáver para estimar la fecha del fallecimiento.</p>
	<p align="center">Sesión 20</p> <p>Razón de cambio y modelos funcionales</p>	<p>Aplicaciones matemáticas en la entomología forense</p>	
<p>UNIDAD 3:</p> <p>LA MATEMÁTICA EN LA CIENCIA FORENSE</p>			
<p>OBJETIVO: EL ESTUDIANTE SERÁ CAPAZ DE IDENTIFICAR E INTERPRETAR CONCEPTOS MATEMÁTICOS QUE SIRVEN DE APOYO EN LA INVESTIGACIÓN EN CIENCIA FORENSE Y DE ANALIZAR CASOS Y ARTÍCULOS ACADÉMICOS DESDE UN PUNTO DE VISTA MATEMÁTICO.</p>			
<p>OBSERVACIONES GENERALES: Es importante iniciar con algunos artículos académicos y científicos relacionados con la temática vista en la segunda unidad, de modo que se refuercen dichos temas. Se recomienda utilizar algunos artículos en inglés con el fin de que el estudiante se familiarice con temas y modos de investigación en países cuya lengua oficial no es el español. Se sugiere también que los estudiantes propongan algunos artículos y casos, de preferencia vistos o mencionados en otras asignaturas, para reforzar la multidisciplinariedad de la Licenciatura y las conexiones con otras materias.</p>			

Se sugiere hacer el análisis de los artículos en forma de Seminario, un equipo de estudiantes (entre 2 y 3) expone un resumen del artículo y se realiza una discusión sobre la matemática implicada.

El análisis de casos se hará siguiendo los lineamientos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y con esto se pretende conjuntar el conocimiento matemático del estudiante en el análisis de casos. Dependiendo del interés y el grado de involucramiento de los estudiantes, se podrán analizar entre dos y tres casos.

Al final de la unidad se hará una bitácora COL con respecto a todo lo visto. Se dejará una semana para la entrega del informe de la unidad.

Semana 11 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 21 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
	Sesión 22 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
Semana 12 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 23 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
	Sesión 24 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
Semana 13 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 25 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
	Sesión 26 La matemática como apoyo a la investigación científica.	Lectura y análisis de artículos académicos de ciencia forense	
Semana 14 La matemática en la Ciencia	Sesión 27 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos siguiendo la metodología del	

Forense		ABP	
	Sesión 28 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos a través de la metodología del ABP	
Semana 15 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 29 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos siguiendo la metodología del ABP	
	Sesión 30 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos siguiendo la metodología del ABP	
Semana 16 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 31 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos siguiendo la metodología del ABP	
	Sesión 32 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Estudio de casos específicos siguiendo la metodología del ABP	
Semana 17 La matemática en la Ciencia Forense	Sesión 33 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Discusiones en equipo y redacción del informe sobre el caso.	Estas dos últimas sesiones se pueden desarrollar como una especie de foro o coloquio en el que los equipos expondrán sus resultados. Se recomienda hacer un ejercicio de crítica grupal y de autoevaluación.
	Sesión 34 La matemática detrás de la Ciencia Forense	Exposición y debate de los casos por parte del grupo.	

PERFIL PROFESIOGRÁFICO

Profesores con una licenciatura en Matemática, Física, Matemática Aplicada, Ingeniería, Pedagogía o carreras afines, con un mínimo de tres años de docencia en matemática en niveles medio superior o superior. Preferentemente con un posgrado en Educación Matemática o Matemática Educativa.

EVALUACIÓN DEL CURSO

Para el buen desarrollo del curso-taller se recomienda que sea atendido por dos profesores que formarán una especie de equipo de docentes-investigadores; al final de cada edición del curso-taller se hará una evaluación del mismo con miras a mejorarlo. Por consiguiente, la evaluación tendrá un carácter formativo y para llevarla a cabo se utilizará la misma información obtenida para evaluar el desempeño de los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Wentworth, G.** y Smith, D. E. (1993) *Geometría plana y del espacio*. México, Editorial Porrúa.
- Serra, M.** (2008) *Discovering Geometry: an investigative approach*. EUA, Key Curriculum Press.
- Adam, C.** (2010) *Essential Mathematics and Statistics for Forensic Science*. EUA, Wiley.
- Lehmann, C. H.** (1989) *Geometría Analítica*. México, Limusa.
- Stewart, J.** (2008) *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. México, Cengage Learning Editores.
- Stewart, J., Redlin, L., Watson, L.** (2012) *Precálculo: matemáticas para el cálculo*. México, Cengage Learning Editores.

SITIOS WEB DE INTERÉS

- http://www.inacipe.gob.mx/publicaciones/revistas/ciencia_forense.php
- <https://seccif.wordpress.com/revista-qcd/>
- <http://www.medicinalegal.gov.co/revista-colombiana-de-medicina-legal-y-ciencias-forenses>
- <http://www.annexpublishers.com/journals/journal-of-forensic-science-and-criminology/jhome.php>
- [http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1111/\(ISSN\)1556-4029](http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1111/(ISSN)1556-4029)
- <http://www.journals.elsevier.com/forensic-science-international/>
- <http://www.sciencedirect.com/science/journal/2090536X>