

# Matemáticas I

## Unidad 1. El significado de los números y sus operaciones básicas

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar, el alumno: Será capaz de operar con los números racionales (enteros y no enteros) y resolver problemas aritméticos, aplicando algunas heurísticas para facilitar la comprensión, la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que haga suyos los recursos básicos para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad.</p>	<p>Tiempo: 30 horas</p>
--	-----------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Se sugiere que el profesor organice las actividades de aprendizaje procurando, en un primer momento, la participación individual y posteriormente por equipos y grupal, en un escenario de resolución de problemas.
<b>Significado de los números reales y su simbolización</b>		
Comprende el significado de los números reales.	Significado de los números racionales $\mathbb{Q}$ (enteros $\mathbb{Z}$ y no enteros) e irracionales $\mathbb{I}$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor plantee a discusión con el grupo el significado de un número, como expresión de la medida de una magnitud a través de haber determinado una unidad (no se trata de exponer el significado puramente matemático de lo que es un número sino a través de algunos de sus significados concretos).</li> <li>• Para ello, el profesor puede plantear actividades de medición, por ejemplo:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a) La unidad cabe un número exacto de veces en la magnitud por medir (número natural).</li> <li>b) La unidad no cabe un número exacto de veces, pero sí una subunidad (número racional en sus diferentes representaciones).</li> <li>c) La unidad no cabe un número exacto de veces ni tampoco cualquier subunidad (número irracional).</li> </ol> </li> <li>• Para el significado de los números negativos, el profesor plantee la problemática de la medición de la temperatura y en general el de la medición de magnitudes no absolutas que impliquen el establecimiento de un cero relativo.</li> </ul>
Usa correctamente las diversas simbolizaciones de un número racional, transitando entre sus equivalencias (cuando sea necesario) en problemas puramente aritméticos y en contexto.	Las diversas simbolizaciones de un número racional y sus equivalencias: fracción (parte de un todo), decimal, porcentaje.	Se sugiere que el profesor plantee a los alumnos problemas en donde intervengan diversas formas de representación de un número racional y aproveche tal situación para discutir las equivalencias.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Compara dos cantidades haciendo uso de las representaciones de un número racional.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La comparación entre cantidades (relación de orden) empleando las diferentes simbolizaciones.</li> <li>• Fracciones equivalentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La principal dificultad del alumno es el uso de la representación:           <math display="block">\frac{p}{q} \text{ con } q \neq 0</math>           para comparar dos cantidades. Por ello se sugiere que el profesor plantee problemas que impliquen la comparación entre este tipo de representaciones con igual denominador, para después plantear la comparación entre fracciones con distinto denominador sugiriendo el uso de la estrategia de reducir un problema nuevo a uno que ya se sabe resolver, esto ofrece una oportunidad para la revisión del concepto de fracciones equivalentes.         </li> </ul>
<b>Operaciones con números racionales</b>		
<p>Opera correctamente con los números racionales (enteros y no enteros), en los casos de una sola operación y una secuencia de operaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Algoritmos de las operaciones entre números enteros y racionales: suma, resta, multiplicación, división, y las condiciones para su ejecución.</li> <li>• <math display="block">\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}</math></li> <li>• El mínimo común múltiplo (mcm) y la regla:           <math display="block">\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \left( \frac{mcm(b,d)}{b} \right) + c \left( \frac{mcm(b,d)}{d} \right)}{mcm(b,d)}</math> </li> <li>• <math display="block">\left( \frac{a}{b} \right) \left( \frac{c}{d} \right) = \frac{ac}{bd}</math></li> <li>• <math display="block">\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}</math></li> <li>• El Máximo Común Divisor (MCD) y la simplificación de resultados.</li> </ul>	<p>En este tema las principales dificultades de los alumnos están en la operatividad con números expresados como:</p> $\frac{p}{q} \text{ con } q \neq 0$ <p>y los números con signo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Por ello se sugiere que inicie el profesor con problemas que impliquen números positivos.</li> <li>• Para el caso de suma y resta con números en la forma:           <math display="block">\frac{p}{q} \text{ con } q \neq 0</math>           el profesor plantee, para su discusión, problemas que impliquen cantidades con igual denominador para después plantear problemas con cantidades de distinto denominador, sugiriendo la estrategia de reducir el caso nuevo al que ya se sabe resolver, esto brinda la oportunidad de repasar el concepto de fracciones equivalentes y la forma de obtenerlas. Una vez obtenidas las reglas:           <math display="block">\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \text{ y } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}</math>           hacer ver a los alumnos que el común denominador de las fracciones equivalentes obtenidas, no es otra cosa que un común múltiplo de <math>b</math> y <math>d</math> y sugiere emplear <math>mcm(b, d)</math> en la obtención de la regla.         </li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• En el caso de multiplicación, el profesor plantee un problema de cálculo de área y sugiere el uso de un diagrama para dirigir el descubrimiento de la regla. Posteriormente propone otros problemas con distinto contexto dirigiendo la reflexión sobre si tal forma de operar depende del contexto o no.</li> <li>• Para el caso de la división, el profesor dirige el descubrimiento de la regla durante la discusión de la resolución de problemas del siguiente tipo: problemas de medición: dadas dos fracciones referentes a la misma unidad, medir una de ellas tomando como unidad la otra, primero cuando ambas tengan el mismo denominador y, posteriormente, con distinto denominador empleando la estrategia de reducir el problema nuevo al que ya se sabe resolver empleando el concepto de fracciones equivalentes. Para resolver el caso del mismo denominador el profesor sugiere el empleo de la estrategia utilizando un diagrama.</li> <li>• A lo anterior debe seguir la ejercitación, esto debe ser aprovechado por el profesor, para revisar el concepto de MCD, al sugerir que los resultados se simplifiquen a su expresión donde el numerador y el denominador ya no tengan factores comunes distintos de 1.</li> <li>• Para el caso de la operatividad, con los números con signo, dado que tales reglas responden a la necesidades teóricas cuya discusión, está fuera del alcance del nivel y del tiempo, se sugiere que el profesor las presente y plantee a los alumnos, para ejecución individual dirigida por él, actividades de ejercitación y de discernimiento si tal o cual proceso es correcto o no.</li> </ul>
<b>Potencias y radicales</b>		
Opera correctamente con potencias y radicales con la misma base.	Operaciones con potencias: exponentes positivos, negativos y fraccionarios.	El profesor utilice la multiplicación repetida para obtener las leyes de los exponentes con potencias enteras de la misma base. A partir de lo anterior generalizar para los exponentes racionales. Para corroborar la generalización, el profesor propone a sus estudiantes que realicen algunos cálculos mediante la calculadora o un <i>software</i> .
<b>Significado contextual de las operaciones</b>		
Traduce, relaciones contextuales en operaciones entre números racionales (enteros y no enteros) y las resolverá correctamente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Significado contextual de las operaciones suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.</li> <li>• Relaciones entre partes de una cantidad y la cantidad.</li> <li>• Relaciones entre partes de una cantidad (medir una parte tomando como unidad la otra, etcétera).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Es conveniente que el profesor plantee a sus alumnos problemas que impliquen una sola operación con números en sus distintas representaciones y posteriormente una secuencia de operaciones.</li> <li>• Lo anterior en una dinámica en que ellos primeramente tengan una participación individual y, posteriormente, la discusión de su solución se lleve a cabo en equipos y grupalmente.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones de área.</li> <li>• Relaciones entre porcentajes: el porcentaje de una cantidad; el porcentaje de un porcentaje y su relación con el total; relación porcentual entre una parte y el total; dada la cantidad que representa un porcentaje encontrar el total.</li> <li>• Relación de dos magnitudes de distinta clase que varían conjuntamente. Por ejemplo: relaciones entre distancia velocidad y tiempo; distancia, eficiencia en kilometraje por litro de combustible y volumen de combustible; masa, densidad y volumen; fuerza, área y presión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor coordine la actividad sugiriendo estrategias de representación de las relaciones mediante un diagrama para que ellos reflexionen sobre su conexión con las operaciones en el terreno puramente numérico. Por ejemplo, se plantee problemas como encontrar el tiempo que emplea un móvil en recorrer una distancia dada desplazándose a una velocidad constante, y aprovechar una estrategia muy socorrida por los alumnos de ir viendo el desplazamiento, hora por hora, hasta cubrir la distancia dada, y sugerir visualizar esto mediante un diagrama guiando la conclusión de lo que se hace es ver “cuántas” veces cabe la cantidad de velocidad en la distancia dada, lo cual es equivalente a realizar una división entre números.</li> </ul>
<p>Resuelve problemas aritméticos que involucren una secuencia de relaciones contextuales, auxiliándose de estrategias heurísticas en las etapas de comprensión, elaboración de un plan y su ejecución.</p>	<p>Aplicación de estrategias heurísticas en la resolución aritmética de problemas con más de una operación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dado que una estrategia muy común al resolver problemas es ver la posibilidad de incluir el problema en uno ya conocido, lo cual implica habilidad para generalizar estructuras, es conveniente que el profesor primeramente plantee a sus alumnos una serie de problemas que se puedan clasificar en varios tipos y pida la ejecución de la tarea primeramente en forma individual y, posteriormente, en equipos y grupal. Posteriormente sugerir, en la resolución de los problemas, el empleo de estrategias como la representación de condiciones mediante un diagrama y su manipulación, buscar problemas ya resueltos con la misma estructura de relaciones, buscar patrones a través de casos particulares o extremos, y pensar hacia atrás, método de análisis– síntesis.</li> <li>• Es importante en la etapa de retrospección plantear actividades que impliquen la inversión de procesos, de generalización de los métodos, así como buscar métodos alternativos de solución.</li> <li>• Se sugiere que el profesor plantee a sus alumnos una serie de problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>Patrones y fórmulas</b>		
<p>Reconoce patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas y modelará su comportamiento.</p>	<p>Expresión simbólica de la generalidad (la obtención de fórmulas).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sugiere que el profesor plantee a sus alumnos una serie de problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones, primero para ejecución individual y posteriormente por equipos y grupal, donde él proporcione ayuda como el sugerir el empleo de estrategias heurísticas como generalización a través de casos particulares, el empleo de diagramas, la reducción de un caso nuevo a un caso ya resuelto, etcétera.</li> <li>• Estos problemas podrían ser: números triangulares, cuadrangulares, número de diagonales de un polígono convexo, la suma de los ángulos internos de un polígono, la suma de los primeros números enteros consecutivos, la expresión de un entero como suma de números enteros consecutivos, el capital acumulado en una inversión a interés compuesto anual, el número de pasos para resolver el juego de la torre de Hanoi, entre otros.</li> </ul>



## Unidad 2. Variación directamente proporcional y funciones lineales

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar, el alumno:          Modelará y analizará situaciones que involucren la variación entre dos cantidades en los casos en que la razón de sus incrementos sean proporcionales; utilizando los registros tabular, gráfico y algebraico, con la finalidad de que se inicie en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, sus conceptos asociados y, continúe la comprensión del lenguaje algebraico como la representación de la generalidad.</p>	<p>Tiempo: 15 horas</p>
---	-----------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p>		<p>Se sugiere que el profesor organice las actividades de aprendizaje procurando, en un primer momento, la participación individual y posteriormente por equipos y grupal, en un escenario de resolución de problemas.</p>
<p>Identifica situaciones donde existe variación entre dos magnitudes.</p>	<p>El concepto de variación entre dos magnitudes.</p>	<p>El profesor plantee, para su discusión individual y posterior por equipos y grupal, la identificación de situaciones que impliquen o no variación entre dos magnitudes, solicitando a los alumnos argumenten sus respuestas.</p>
<p>Dada una situación donde existe variación entre dos cantidades, el alumno identifica los elementos que corresponden a los conceptos de variable dependiente e independiente, la razón de cambio y su cálculo dado un incremento de la variable independiente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variables independiente y dependiente.</li> <li>• Razón de cambio entre dos variables correlacionadas.</li> </ul>	<p>Ante situaciones de variación, el profesor plantee y guía la discusión de las respuestas a preguntas como: <i>a) ¿la variación de una de las variables depende de la variación de otra?, proponer los nombres de variable dependiente y variable independiente respectivamente; b) ¿qué indicador aritmético sirve para describir en qué momentos la variación es más rápida o menos rápida?, proponiendo el nombre de “razón de cambio” para este indicador. En el análisis de las situaciones planteadas el profesor sugiere el uso de <i>software</i>.</i></p>
<p><b>Variación directamente proporcional</b></p>		
<p>Traduce en una tabla de valores algunos “estados” correspondientes a la descripción verbal de la variación directamente proporcional entre dos magnitudes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación tabular de la variación directamente proporcional entre dos magnitudes.</li> <li>• El patrón aditivo en una variación directamente proporcional.</li> </ul>	<p>El profesor plantee al alumno trabajo individual y su posterior discusión por equipo y grupal:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La elaboración de registros que permitan a un comerciante consultar el cobro por una mercancía, proponiendo que el registro se haga por intervalos de igual longitud.</li> <li>• Las distancias recorridas por un móvil que se desplaza a velocidad constante, cuando el tiempo aumente en intervalos fijos.</li> <li>• Otras situaciones similares.</li> </ul> <p>Después de este trabajo con los alumnos, el profesor mencione que las variaciones que siguen este patrón, reciben el nombre de “Variación directamente proporcional”.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>Sistema cartesiano</b>		
<p>Traduce en una gráfica, la descripción tabular o verbal de la variación relacionada (directamente proporcional) entre dos cantidades y usa esta representación para obtener información sobre la variación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El punto como representación de “estados” específicos de la variación.</li> <li>• Convenciones sobre las escalas.</li> <li>• El patrón gráfico de una variación directamente proporcional.</li> </ul> <p><b>Análisis contextual de la representación gráfica:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de los puntos del patrón gráfico como estados de la variación no registrados en una representación tabular.</li> <li>• El punto en el origen y la inclinación del gráfico como indicadores esenciales de una variación directamente proporcional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor propone la representación geométrica, en un sistema cartesiano, de la información en una tabla sobre una variación directamente proporcional (que pueden ser los casos tratados anteriormente), monitoreando la comprensión entre sus alumnos con actividades individuales de graficación, discute la convención sobre las escalas según el rango de los datos y, pedir a sus alumnos dibujar el gráfico en que parece están contenidos los datos graficados. Aquí él puede utilizar el recurso de un <i>software</i> para graficar.</li> <li>• Una vez obtenido el patrón gráfico, el profesor plantee a los alumnos (primero en un trabajo individual y, posteriormente, en trabajo por equipos y grupal), la interpretación de cualquier punto del gráfico pidiendo la justificación de las respuestas a través de un análisis aritmético que puede ser la aplicación de la regla de tres.</li> <li>• El profesor plantee dos problemas de variación con el mismo contexto y preguntar a sus alumnos sobre el indicador geométrico que identifique el caso de variación “más rápida”.</li> </ul>
<p>Representa algebraicamente la variación directamente proporcional entre dos cantidades y obtener a partir de ella información sobre ésta.</p>	<p><b>Expresión simbólica de la generalidad</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>y=ax</math> como representación de una variación directamente proporcional.</li> <li>• <b>Análisis contextual de la expresión simbólica:</b> <math>y=ax</math></li> </ul> <p>El parámetro <math>a</math> como la rapidez de variación o razón de cambio.</p> <p>El parámetro <math>a</math> como indicador de la inclinación del gráfico de la variación.</p> <p>La constancia de <math>a</math> en una variación directamente proporcional.</p>	<p>Por lo general los alumnos de primer ingreso se dan cuenta de la existencia de un patrón “aditivo” en una variación directamente proporcional:</p> $y = a+a+a+\dots+a, x \text{ veces } (x \text{ discreto}).$ <p>Esto puede ser aprovechado para que el profesor guíe la obtención de la expresión <math>y=ax</math> y por despeje, la expresión:</p> $\frac{y}{x} = a, \text{ para } x \text{ distinto de } 0$ <p>identificando a este cociente como la rapidez de cambio, planteando para discusión: si este comportamiento sigue siendo válido para cualquier valor de <math>x</math>. Aquí el profesor sugiere el uso de un <i>software</i> para graficar y concluir que en una variación directamente proporcional la rapidez de variación es constante y su interpretación, en la gráfica, como indicador de la inclinación.</p>
<b>Función lineal</b>		
<p>Identifica entre una serie de variaciones entre dos aquellas que correspondan al concepto de función lineal.</p>	<p>El concepto de función lineal.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor plantea a sus alumnos problemas como: el llenado de recipientes regulares con un flujo constante; la distancia recorrida por un automóvil que se mueve a velocidad constante cuando se empieza a registrar su movimiento después de haber recorrido una cierta distancia del punto de referencia; costo de producción de artículos con la consideración de costos fijos, etcétera.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Planteando preguntas como: ¿cuál es el valor de la variable dependiente correspondiente al iniciar la variación?, ¿cuál es la rapidez de cambio o rapidez de variación para varios intervalos de variación de la variable independiente?, ¿esta rapidez es constante o variable?, dejando que el alumno busque las respuestas empleando las representaciones que él decida. Finalmente, el profesor emplee las caracterizaciones correctas para clasificar estas variaciones bajo el nombre de “función lineal”. El profesor plantea actividades de identificación de variaciones entre dos variables como funciones lineales o no lineales.</li> </ul>
<p>Modela con la expresión <math>y=mx+b</math>, una variación relacionada entre dos variables con rapidez de variación constante y condición inicial <math>(0, b)</math>. Transitando en la etapa de exploración, por representaciones tabulares y gráficas.</p>	<p>Representación analítica de una función lineal.</p>	<p>Para aquellos alumnos que no son capaces de emplear directamente el modelo algebraico, el profesor sugiere la exploración a través de las representaciones tabular y gráfica para la obtención analítica.</p>
<b>Análisis algebraico y gráfico de una función lineal</b>		
<p>Dada una variación que se modela con una función lineal, el alumno calcule estados específicos de la variación, su rapidez de cambio y estado inicial, empleando sus representaciones gráfica y analítica.</p>	<p>Identificación de los elementos definitorios de una función lineal empleando las representaciones gráficas y analíticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Condición inicial.</li> <li>Rapidez de variación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ante situaciones de variación lineal, el profesor plantee actividades de cálculo de estados específicos de la variación, cálculo de la condición inicial y rapidez de variación empleando el concepto de rapidez de variación como el cociente del incremento de la variable dependiente entre el correspondiente incremento de la variable independiente, usando las representaciones gráfica y analítica.</li> <li>Si las condiciones materiales lo permiten, el profesor propone el uso de <i>software</i> dinámico para indagar la relación entre los parámetros de la expresión analítica con los geométricos de su representación gráfica y así posibilitar la determinación directa de la condición inicial y rapidez de variación promedio, a través de los parámetros de la expresión analítica.</li> <li>En este nivel del aprendizaje el profesor plantee actividades para obtener la expresión algebraica, dada la representación gráfica y viceversa.</li> </ul>



## Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar, el alumno: Será capaz de modelar y resolver situaciones problemáticas que conduzcan a una ecuación de primer grado con una incógnita, esto lo hará manipulando algebraicamente el modelo, con la finalidad de que la representación algebraica sea una herramienta en la resolución de tales situaciones.</p>	<p>Tiempo: 15 horas</p>
---	-----------------------------

<b>Aprendizajes</b>	<b>Temática</b>	<b>Estrategias sugeridas</b>
<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p>		<p>Se sugiere que el profesor organice las actividades de aprendizaje procurando, en un primer momento, la participación individual y posteriormente por equipos y grupal, en un escenario de resolución de problemas.</p>
<b>El lenguaje algebraico como representación de la generalidad</b>		
<p>Comprende el concepto de “ecuación” en el contexto de la resolución de problemas y lo expresa en el lenguaje algebraico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La ecuación como la condición simbólica que debe satisfacer la incógnita en un problema.</li> <li>• El uso del paréntesis en la representación algebraica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor plantea a los alumnos que expresen verbalmente, los pasos que se siguen para resolver por tanteo un problema (por ejemplo dos móviles que se siguen o marchan a su encuentro, con tiempo igual o diferido, entre otros.). Posteriormente, pedirles que estos pasos sean simbolizados.</li> <li>• En la consecución de tal tarea el profesor sugiere la estrategia de analizar casos concretos y buscar el patrón general. También esto puede ser aprovechado para introducir el uso del paréntesis.</li> </ul>
	<p>La ecuación como la expresión simbólica de un estado específico de una función lineal.</p>	<p>Dado un problema que se modele con una función lineal el profesor plantee el problema de encontrar el valor de la variable independiente que produce un valor dado para la variable dependiente.</p>
<b>El álgebra como sistema simbólico y abstracto que se utiliza para la resolución de problemas</b>		
<p>Una vez expresada algebraicamente la condición que satisface la incógnita en un problema, el alumno la utiliza para resolverlo, empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reducción de una ecuación de primer grado con una incógnita a la forma: <math>ax + b = 0</math>.</li> <li>• El concepto de ecuaciones equivalentes.</li> <li>• Las reglas algebraicas que producen ecuaciones equivalentes:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad y las condiciones para su aplicación.</li> <li>- La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Dadas dos ecuaciones algebraicas equivalentes, se propone que el profesor someta a discusión el encontrar sus soluciones. Para ello sugiere la construcción de tablas y dirige la conclusión de que ambas ecuaciones tienen la misma solución. Empleando esta característica como la propiedad que las clasifica como ecuaciones equivalentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sugiere que el profesor, a través de ecuaciones convenientes, observe el uso que hacen sus alumnos de las reglas de transformación de una ecuación de primer grado con una incógnita y corregir sus errores empleando alguna estrategia didáctica conveniente (no se trata de repetir el proceso tradicional). A esto debe seguir la ejercitación de la aplicación de las reglas de transformación.</li> </ul>

<b>Aprendizajes</b>	<b>Temática</b>	<b>Estrategias sugeridas</b>
	<ul style="list-style-type: none"><li>Resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita transformándola a la forma <math>ax + b = 0</math></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Comprendido lo anterior, para determinar la solución de los problemas que se modelen con una ecuación de primer grado, el profesor propone a sus alumnos el “reto” de transformar la ecuación obtenida a la forma <math>ax + b = 0</math>, utilizando las reglas que producen ecuaciones equivalentes. En dichas transformaciones es importante que el profesor muestre en cada paso que las ecuaciones obtenidas tienen la misma solución.</li></ul>

## Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar, el alumno: Será capaz de modelar y resolver situaciones problemáticas que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, a fin de que se avance en la utilización de la representación algebraica como un sistema de símbolos útiles en la resolución de tales situaciones.</p>	<p>Tiempo: 20 horas</p>
--	-----------------------------

<b>Aprendizajes</b>	<b>Temática</b>	<b>Estrategias sugeridas</b>
<p>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:</p>		<p>Se sugiere que el profesor organice las actividades de aprendizaje procurando, en un primer momento, la participación individual y posteriormente por equipos y grupal, en un escenario de resolución de problemas.</p>
<b>Sistemas de ecuaciones lineales 2x2</b>		
<p>Ante un problema que potencialmente lleve a una ecuación con dos variables, el alumno comprende que existe una infinidad de soluciones que satisfacen la condición.</p>	<p>Soluciones de una ecuación lineal con dos variables.</p>	<p>El profesor plantee problemas que conduzcan a una ecuación lineal con dos variables y guiar su modelación algebraica, para posteriormente proponer que encuentre soluciones.</p>
<p>Grafica las soluciones a un problema con dos variables e identifica el patrón geométrico que siguen las representaciones gráficas de las soluciones y su utilidad.</p>	<p>Representación tabular de las soluciones a un problema con dos variables que satisfacen una sola condición.</p>	<p>El profesor propone a sus alumnos el registro de las soluciones en una tabla, centrando la atención sobre la manera de obtener el valor de una de las variables a partir de los valores de la otra.</p>
<p>Expresa algebraicamente las coordenadas de las soluciones a un problema con dos variables y una sola condición.</p>	<p>Exploración gráfica de las soluciones a un problema con dos variables que deben satisfacer una sola condición.</p>	<p>El profesor plantea la representación en un sistema de coordenadas cartesianas de las soluciones a un problema con dos variables previamente registradas en una tabla, y posteriormente promover la discusión si esta graficación parece responder a un patrón y si éste es útil para encontrar otras soluciones no registradas en las tablas.</p>
<p>Las coordenadas:</p> $\left(x, \frac{c - ax}{b}\right) \text{ ó } \left(\frac{c - by}{a}, y\right)$ <p>como la expresión general de los puntos que pertenecen a la recta que representa las soluciones de un problema que lleva a una ecuación lineal con dos variables y que se reduce a la forma:</p> $ax + by = c$	<p>El profesor plantea la discusión de cómo se representa cualquier punto del plano cartesiano y, posteriormente, cómo se representa cualquier punto que pertenezca a la recta representante de las soluciones a un problema que lleva a una ecuación lineal con dos variables.</p>	

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con el conocimiento anterior, el alumno resuelve gráficamente un problema que potencialmente lleve a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, aplicando la heurística de tratar cada una de las condiciones por separado.	Solución gráfica de un problema con dos variables y dos condiciones que potencialmente se puedan representar con ecuaciones lineales con dos variables.	El profesor plantea una serie de problemas que potencialmente lleven a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables y sugerir su análisis y resolución a través del método gráfico utilizando la estrategia heurística de tratar cada una de las condiciones por separado, sometiendo a discusión la interpretación del punto de intersección de las dos gráficas obtenidas.
<b>Solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables por los métodos de:</b>		
Resuelve algebraicamente problemas que lleven a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables.	Igualación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor retome los problemas antes planteados y guíe la representación algebraica de las condiciones que deben satisfacer las incógnitas y los datos. A partir de lo anterior, pedir que exploren la solución, bosquejando el método gráfico usando lápiz y papel.</li> <li>• Una vez realizado el anterior trabajo, y conociendo ellos que la solución se obtiene a través de las coordenadas del punto de intersección, el profesor sugiere la búsqueda de la representación algebraica de los puntos que representan soluciones para cada una de las condiciones:           <math display="block">\left(x, \frac{c_1 - a_1 x}{b_1}\right) \text{ y } \left(x, \frac{c_2 - a_2 x}{b_2}\right)</math>           sometiendo a discusión sobre cuál es la condición para que estas dos formas generales representen al mismo punto. Esto con la pretensión de que los alumnos arriben al método algebraico de igualación.</li> </ul>
	Sustitución.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor revisa cuándo se dice que una pareja de valores es solución de una ecuación.</li> <li>• El profesor plantea la búsqueda de otro método de solución partiendo de la representación algebraica de las dos condiciones de los problemas tratados: <math>a_1 x + b_1 y = c_1</math>, <math>a_2 x + b_2 y = c_2</math> y sugerir el encontrar la representación algebraica de los puntos que representan las soluciones, por ejemplo de la primera condición:           <math display="block">\left(x, \frac{c_1 - a_1 x}{b_1}\right)</math>           y someter a discusión la condición que debe satisfacer esta forma para también ser solución de la segunda condición. Esto con la pretensión de que los alumnos arriben al método algebraico de sustitución.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>Sistemas de ecuaciones lineales 3x3</b>		
Comprende el concepto de sistemas equivalentes de ecuaciones lineales en el caso de sistemas lineales 3x3.	Sistemas equivalentes de ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesor proporcione un sistema de ecuaciones lineales 3x3, cuya solución sea dada.</li> <li>• Posteriormente, propone a sus alumnos sustituir una de las ecuaciones por la suma o resta con otra de ellas o sustituir una de ellas por su multiplicación por un escalar y preguntar si la solución dada también es del nuevo sistema. El profesor después de la respuesta correcta propone llamar a los dos sistemas obtenidos de esta forma, como sistemas equivalentes de ecuaciones.</li> </ul>
Obtiene sistemas equivalentes de ecuaciones lineales.	El método de suma o resta y la multiplicación de una de las ecuaciones por un escalar para obtener sistemas de ecuaciones equivalentes a partir de un sistema de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para el caso 2x2 el profesor plantea un sistema de ecuaciones y proponer a sus alumnos el sustituir una de las ecuaciones por la suma o resta de las dos ecuaciones y comprobar resolviendo los dos sistemas por los métodos ya conocidos, que los sistemas resultan equivalentes. Lo mismo para el caso de sustituir una de ellas por su multiplicación por un escalar.</li> <li>• Para el caso de sistemas 3x3, el profesor dé a conocer la solución del sistema y pedir la obtención de otros sistemas de ecuaciones, por los procedimientos anteriormente descritos y, solicitar a los alumnos que verifiquen que los sistemas obtenidos son equivalentes.</li> </ul>
Resuelve sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3 a través de obtener un sistema triangular equivalente de ecuaciones.	Transformación de un sistema de ecuaciones lineales 2x2 o 3x3 a un sistema triangular equivalente de ecuaciones.	<p>Una vez aprendido los métodos de suma o resta y multiplicación por un escalar para obtener sistemas de ecuaciones equivalentes, el profesor propone a sus alumnos el “reto” de obtener varios sistemas de ecuaciones equivalentes donde sucesivamente se eliminen variables y utilicen esto para resolver el sistema original.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es conveniente que el profesor ilustre que los métodos de igualación y sustitución son otros procedimientos, mediante los cuales también se obtienen sistemas de ecuaciones equivalentes.</li> </ul>
Resuelve problemas en diversos contextos empleando los métodos algebraicos vistos con anterioridad.	Problemas de aplicación.	El profesor utilice la metodología de Polya para enfrentar los problemas.

## Referencias

### Para el alumno

#### Básica:

Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12<sup>a</sup>. ed.) México: PEARSON. Addison Wesley.

#### Complementaria:

Allen, R. (2008). *Álgebra intermedia*. México: PEARSON.

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México: ESFINGE.

Klymchuk, S. (2008). *Acertijos con Dinero: desarrollo del razonamiento matemático y pensamiento lateral*. México: Trillas.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: CENGAGE.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. México: PEARSON.

### Para el profesor

Allen, R. (2008). *Álgebra intermedia*. México: PEARSON.

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México: ESFINGE.

Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12<sup>a</sup>. ed.) México: PEARSON. Addison Wesley.

Serhiy, K. (2008). *Acertijos con Dinero*. México: Trillas.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: CENGAGE.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. México: PEARSON.

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas* (1<sup>a</sup> ed., 9<sup>a</sup> reimpresión). México: Trillas.

NCTM, (1970), Colección: *Temas de Matemáticas, Medida*. Número 15. México: Editorial Trillas.